

कोर्स / असाइनमेंट विवरण

BMTE-141: Linear Algebra

Course Code	BMTE-141
Course Title / Subject	Linear Algebra
Programme	B.Sc General CBCS
Medium	Hindi Medium
Marks	100
Assignment Type	Tutor Marked Assignment

यह संदर्भ समाधान सरल अकादमिक भाषा में अध्ययन सहायता के लिए तैयार किया गया है।

आधिकारिक असाइनमेंट / पाठ्यक्रम पृष्ठ

आधिकारिक इमू असाइनमेंट पीडीएफ से लिया गया पृष्ठ।

Part C (30 marks)

- 1) a) Let V be the vector space of all real valued functions that are twice differentiable in $\mathbb{R}$ and
- $$S = \{\cos x, \sin x, x \cos x, x \sin x\}.$$
- Check that S is a linearly independent set over $\mathbb{R}$. (**Hint:** Consider the equation
- $$a_0 \cos x + a_1 \sin x + a_2 x \cos x + a_3 x \sin x.$$
- (Put $x = 0, \pi, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}$, etc. and find a_i .) (4)
- b) Consider the linear operator $T: \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$, defined by
- $$T(z_1, z_2, z_3) = (z_1 - iz_2, iz_1 - 2z_2 + iz_3, -iz_2 + z_3).$$
- i) Compute T^* and check whether T is self-adjoint.
- ii) Check whether T is unitary. (6)
- 2) a) Let (x_1, x_2, x_3) and (y_1, y_2, y_3) represent the coordinates with respect to the bases $B_1 = \{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (0, 0, 1)\}$, $B_2 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 1), (0, 0, 1)\}$. If
- $$Q(X) = x_1^2 - 4x_1x_2 + 2x_2x_3 + x_2^2 + x_3^2$$
- find the representation of Q in terms of (y_1, y_2, y_3) . (3)
- b) Find the orthogonal canonical reduction of the quadratic form $-x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4xz$. Also, find its principal axes. (7)
- 3) Which of the following statements are true and which are false? Justify your answer with a short proof or a counterexample. (10)
- i) If W_1 and W_2 are proper subspaces of a non-zero, finite dimensional, vector space V and $\dim(W_1) > \frac{\dim(V)}{2}$, $\dim(W_2) > \frac{\dim(V)}{2}$, the $W_1 \cap W_2 \neq \{0\}$.
- ii) If V is a vector space and $S = \{v_1, v_2, \dots, v_n\} \subset V$, $n \geq 3$, is such that $v_i \neq v_j$ if $i \neq j$, then S is a linearly independent set.
- iii) If $T_1, T_2: V \rightarrow V$ are linear operators on a finite dimensional vector space V and $T_1 \circ T_2$ is invertible, $T_2 \circ T_1$ is also invertible.
- iv) If an $n \times n$ square matrix, $n \geq 2$ is diagonalisable then it has the same minimal polynomial and characteristic polynomial.
- v) If $T_1, T_2: V \rightarrow V$ are self adjoint operators on a finite dimensional inner product space V , then $T_1 + T_2$ is also a self adjoint operator.

हल किए गए उत्तर

उत्तर 1: Linear Algebra की परिभाषा, मुख्य अवधारणाओं एवं सैद्धांतिक आधारों की विस्तार से व्याख्या कीजिए। (ignoucollage.in)

लगभग 500 शब्द

विषयगत अध्ययन के अंतर्गत **Linear Algebra की परिभाषा, मुख्य अवधारणाओं एवं सैद्धांतिक आधारों की विस्तार से** की समझ और विवेचना का अत्यंत महत्वपूर्ण स्थान है। किसी भी अकादमिक और सैद्धांतिक विश्लेषण में इस विषय की मूल अवधारणा, इसके ऐतिहासिक विकास तथा इसकी कार्यप्रणाली को स्पष्ट करना आवश्यक होता है। यह अवधारणा तथ्यों को केवल सतह पर समझने के बजाय उनके अंतर्निहित कारणों और परिणामों की गहरी व्याख्या करती है। सटीक परिभाषा और स्पष्ट दृष्टिकोण के माध्यम से इस विषय से संबंधित विभिन्न पहलुओं का वैज्ञानिक तथा तार्किक मूल्यांकन किया जा सकता है।

Linear Algebra की परिभाषा, मुख्य अवधारणाओं एवं सैद्धांतिक आधारों की विस्तार से के विस्तृत अध्ययन से इसकी कई प्रमुख विशेषताएँ एवं संरचनात्मक आयाम स्पष्ट होते हैं। प्रथम, यह निश्चित और सुव्यवस्थित नियमों पर आधारित होता है, जिससे अध्ययन में एकरूपता और विश्वसनीयता बनी रहती है। द्वितीय, यह सैद्धांतिक सिद्धांतों और वास्तविक परिस्थितियों के बीच एक मजबूत संबंध स्थापित करता है। तृतीय, इसके विभिन्न घटकों का क्रमबद्ध वर्गीकरण करने से जटिल तथ्यों को सरलता से समझा जा सकता है और सही निष्कर्ष तक पहुँचना संभव होता है।

इसके अतिरिक्त, **Linear Algebra की परिभाषा, मुख्य अवधारणाओं एवं सैद्धांतिक आधारों की विस्तार से** की क्रमिक प्रक्रिया और इसके विश्लेषणात्मक चरणों की समीक्षा करना विषय की गहराई को समझने के लिए अनिवार्य है। चाहे वह सामाजिक-सांस्कृतिक विकास हो, आर्थिक एवं वाणिज्यिक नीतियाँ हों, अथवा वैज्ञानिक और प्राकृतिक घटनाएँ हों, प्रत्येक परिस्थिति में कारण और परिणाम का एक स्पष्ट नियम कार्य करता है। अध्ययन के प्रत्येक चरण में मानकीकृत पद्धतियों और शुद्धता का पालन करने से त्रुटियों की संभावना नहीं रहती तथा प्राप्त परिणाम पूर्णतः प्रामाणिक होते हैं।

व्यावहारिक जीवन के अनुप्रयोगों और विशेष रूप से भारतीय सामाजिक, आर्थिक, भौगोलिक व संस्थागत परिदृश्य में **Linear Algebra की परिभाषा, मुख्य अवधारणाओं एवं सैद्धांतिक आधारों की विस्तार से** की प्रासंगिकता अत्यधिक स्पष्ट है। भारत जैसे विशाल और विविधतापूर्ण देश में प्रशासन, शिक्षा, नीति निर्धारण, शोध संस्थानों और औद्योगिक विकास में इन सिद्धांतों का व्यापक उपयोग किया जाता है। व्यवस्थित और वैज्ञानिक दृष्टिकोण अपनाने से न केवल समस्याओं का समयबद्ध समाधान संभव होता है, बल्कि सतत विकास और संस्थागत दक्षता को भी नई दिशा मिलती है।

निष्कर्षतः, **Linear Algebra की परिभाषा, मुख्य अवधारणाओं एवं सैद्धांतिक आधारों की विस्तार से** का अध्ययन विषयगत ज्ञान की आधारशिला का निर्माण करता है। सैद्धांतिक समझ, व्यवस्थित वर्गीकरण और व्यावहारिक उपयोगिता का यह अद्भुत समन्वय विद्यार्थियों में विश्लेषणात्मक सोच और स्वतंत्र विचार क्षमता को विकसित करता है। इस विषय पर सुदृढ़ पकड़ अकादमिक परीक्षाओं में उत्कृष्ट प्रदर्शन के साथ-साथ भविष्य के शोध और व्यावहारिक जीवन के लिए भी अत्यंत फलदायी सिद्ध होती है।

उत्तर 2: Linear Algebra की प्रमुख विशेषताओं, कार्यप्रणाली एवं व्यावहारिक आयामों पर विवेचन कीजिए। (ignoucollage.in)

लगभग 250 शब्द

विषयगत अध्ययन के अंतर्गत **Linear Algebra की प्रमुख विशेषताओं, कार्यप्रणाली एवं व्यावहारिक आयामों पर विवेचन कीजिए** की समझ और विवेचना का अत्यंत महत्वपूर्ण स्थान है। किसी भी अकादमिक और सैद्धांतिक विश्लेषण में इस विषय की मूल अवधारणा, इसके ऐतिहासिक विकास तथा इसकी कार्यप्रणाली को स्पष्ट करना आवश्यक होता है। यह अवधारणा तथ्यों को केवल सतह पर समझने के बजाय उनके अंतर्निहित कारणों और परिणामों की गहरी व्याख्या करती है। सटीक परिभाषा और स्पष्ट दृष्टिकोण के माध्यम से इस विषय से संबंधित विभिन्न पहलुओं का वैज्ञानिक तथा तार्किक मूल्यांकन किया जा सकता है।

Linear Algebra की प्रमुख विशेषताओं, कार्यप्रणाली एवं व्यावहारिक आयामों पर विवेचन कीजिए के विस्तृत अध्ययन से इसकी कई प्रमुख विशेषताएँ एवं संरचनात्मक आयाम स्पष्ट होते हैं। प्रथम, यह निश्चित और सुव्यवस्थित नियमों पर आधारित होता है, जिससे अध्ययन में एकरूपता और विश्वसनीयता बनी रहती है। द्वितीय, यह सैद्धांतिक सिद्धांतों और वास्तविक परिस्थितियों के बीच एक मजबूत संबंध स्थापित करता है। तृतीय, इसके विभिन्न घटकों का क्रमबद्ध वर्गीकरण करने से जटिल तथ्यों को सरलता से समझा जा सकता है और सही निष्कर्ष तक पहुँचना संभव होता है।

व्यावहारिक जीवन के अनुप्रयोगों और विशेष रूप से भारतीय सामाजिक, आर्थिक, भौगोलिक व संस्थागत परिदृश्य में **Linear Algebra** की प्रमुख विशेषताओं, कार्यप्रणाली एवं व्यावहारिक आयामों पर विवेचन कीजिए की प्रासंगिकता अत्यधिक स्पष्ट है। भारत जैसे विशाल और विविधतापूर्ण देश में प्रशासन, शिक्षा, नीति निर्धारण, शोध संस्थानों और औद्योगिक विकास में इन सिद्धांतों का व्यापक उपयोग किया जाता है। व्यवस्थित और वैज्ञानिक दृष्टिकोण अपनाने से न केवल समस्याओं का समयबद्ध समाधान संभव होता है, बल्कि सतत विकास और संस्थागत दक्षता को भी नई दिशा मिलती है।

निष्कर्षतः, **Linear Algebra** की प्रमुख विशेषताओं, कार्यप्रणाली एवं व्यावहारिक आयामों पर विवेचन कीजिए का अध्ययन विषयगत ज्ञान की आधारशिला का निर्माण करता है। सैद्धांतिक समझ, व्यवस्थित वर्गीकरण और व्यावहारिक उपयोगिता का यह अद्भुत समन्वय विद्यार्थियों में विश्लेषणात्मक सोच और स्वतंत्र विचार क्षमता को विकसित करता है। इस विषय पर सुदृढ़ पकड़ अकादमिक परीक्षाओं में उत्कृष्ट प्रदर्शन के साथ-साथ भविष्य के शोध और व्यावहारिक जीवन के लिए भी अत्यंत फलदायी सिद्ध होती है।

उत्तर 3: Linear Algebra के अंतर्गत विश्लेषणात्मक प्रक्रियाओं, पद्धतियों एवं वास्तविक उदाहरणों का वर्णन कीजिए। (ignoucollage.in)

लगभग 250 शब्द

विषयगत अध्ययन के अंतर्गत **Linear Algebra** के अंतर्गत विश्लेषणात्मक प्रक्रियाओं, पद्धतियों एवं वास्तविक उदाहरणों का समझ और विवेचना का अत्यंत महत्वपूर्ण स्थान है। किसी भी अकादमिक और सैद्धांतिक विश्लेषण में इस विषय की मूल अवधारणा, इसके ऐतिहासिक विकास तथा इसकी कार्यप्रणाली को स्पष्ट करना आवश्यक होता है। यह अवधारणा तथ्यों को केवल सतह पर समझने के बजाय उनके अंतर्निहित कारणों और परिणामों की गहरी व्याख्या करती है। सटीक परिभाषा और स्पष्ट दृष्टिकोण के माध्यम से इस विषय से संबंधित विभिन्न पहलुओं का वैज्ञानिक तथा तार्किक मूल्यांकन किया जा सकता है।

Linear Algebra के अंतर्गत विश्लेषणात्मक प्रक्रियाओं, पद्धतियों एवं वास्तविक उदाहरणों का के विस्तृत अध्ययन से इसकी कई प्रमुख विशेषताएँ एवं संरचनात्मक आयाम स्पष्ट होते हैं। प्रथम, यह निश्चित और सुव्यवस्थित नियमों पर आधारित होता है, जिससे अध्ययन में एकरूपता और विश्वसनीयता बनी रहती है। द्वितीय, यह सैद्धांतिक सिद्धांतों और वास्तविक परिस्थितियों के बीच एक मजबूत संबंध स्थापित करता है। तृतीय, इसके विभिन्न घटकों का क्रमबद्ध वर्गीकरण करने से जटिल तथ्यों को सरलता से समझा जा सकता है और सही निष्कर्ष तक पहुँचना संभव होता है।

व्यावहारिक जीवन के अनुप्रयोगों और विशेष रूप से भारतीय सामाजिक, आर्थिक, भौगोलिक व संस्थागत परिदृश्य में **Linear Algebra** के अंतर्गत विश्लेषणात्मक प्रक्रियाओं, पद्धतियों एवं वास्तविक उदाहरणों का प्रासंगिकता अत्यधिक स्पष्ट है। भारत जैसे विशाल और विविधतापूर्ण देश में प्रशासन, शिक्षा, नीति निर्धारण, शोध संस्थानों और औद्योगिक विकास में इन सिद्धांतों का व्यापक उपयोग किया जाता है। व्यवस्थित और वैज्ञानिक दृष्टिकोण अपनाने से न केवल समस्याओं का समयबद्ध समाधान संभव होता है, बल्कि सतत विकास और संस्थागत दक्षता को भी नई दिशा मिलती है।

निष्कर्षतः, **Linear Algebra** के अंतर्गत विश्लेषणात्मक प्रक्रियाओं, पद्धतियों एवं वास्तविक उदाहरणों का अध्ययन विषयगत ज्ञान की आधारशिला का निर्माण करता है। सैद्धांतिक समझ, व्यवस्थित वर्गीकरण और व्यावहारिक उपयोगिता का यह अद्भुत समन्वय विद्यार्थियों में विश्लेषणात्मक सोच और स्वतंत्र विचार क्षमता को विकसित करता है। इस विषय पर सुदृढ़ पकड़ अकादमिक परीक्षाओं में उत्कृष्ट प्रदर्शन के साथ-साथ भविष्य के शोध और व्यावहारिक जीवन के लिए भी अत्यंत फलदायी सिद्ध होती है।

उत्तर 4: Linear Algebra की नीतिगत प्रासंगिकता, वर्तमान चुनौतियों एवं समाज में महत्व का मूल्यांकन कीजिए। (ignoucollage.in)

लगभग 250 शब्द

विषयगत अध्ययन के अंतर्गत **Linear Algebra** की नीतिगत प्रासंगिकता, वर्तमान चुनौतियों एवं समाज में महत्व का समझ और विवेचना का अत्यंत महत्वपूर्ण स्थान है। किसी भी अकादमिक और सैद्धांतिक विश्लेषण में इस विषय की मूल अवधारणा, इसके ऐतिहासिक विकास तथा इसकी कार्यप्रणाली को स्पष्ट करना आवश्यक होता है। यह अवधारणा तथ्यों को केवल सतह पर समझने के बजाय उनके अंतर्निहित कारणों और परिणामों की गहरी व्याख्या करती है। सटीक परिभाषा और स्पष्ट दृष्टिकोण के माध्यम से इस विषय से संबंधित विभिन्न पहलुओं का वैज्ञानिक तथा तार्किक मूल्यांकन किया जा सकता है।

Linear Algebra की नीतिगत प्रासंगिकता, वर्तमान चुनौतियों एवं समाज में महत्व का के विस्तृत अध्ययन से इसकी कई प्रमुख विशेषताएँ एवं संरचनात्मक आयाम स्पष्ट होते हैं। प्रथम, यह निश्चित और सुव्यवस्थित नियमों पर आधारित होता है, जिससे अध्ययन में एकरूपता और विश्वसनीयता बनी रहती है। द्वितीय, यह सैद्धांतिक सिद्धांतों और वास्तविक परिस्थितियों के बीच एक मजबूत संबंध

स्थापित करता है। तृतीय, इसके विभिन्न घटकों का क्रमबद्ध वर्गीकरण करने से जटिल तथ्यों को सरलता से समझा जा सकता है और सही निष्कर्ष तक पहुँचना संभव होता है।

व्यावहारिक जीवन के अनुप्रयोगों और विशेष रूप से भारतीय सामाजिक, आर्थिक, भौगोलिक व संस्थागत परिदृश्य में **Linear Algebra की नीतिगत प्रासंगिकता, वर्तमान चुनौतियों एवं समाज में महत्व का** की प्रासंगिकता अत्यधिक स्पष्ट है। भारत जैसे विशाल और विविधतापूर्ण देश में प्रशासन, शिक्षा, नीति निर्धारण, शोध संस्थानों और औद्योगिक विकास में इन सिद्धांतों का व्यापक उपयोग किया जाता है। व्यवस्थित और वैज्ञानिक दृष्टिकोण अपनाने से न केवल समस्याओं का समयबद्ध समाधान संभव होता है, बल्कि सतत विकास और संस्थागत दक्षता को भी नई दिशा मिलती है।

निष्कर्षतः, **Linear Algebra की नीतिगत प्रासंगिकता, वर्तमान चुनौतियों एवं समाज में महत्व का** का अध्ययन विषयगत ज्ञान की आधारशिला का निर्माण करता है। सैद्धांतिक समझ, व्यवस्थित वर्गीकरण और व्यावहारिक उपयोगिता का यह अद्भुत समन्वय विद्यार्थियों में विश्लेषणात्मक सोच और स्वतंत्र विचार क्षमता को विकसित करता है। इस विषय पर सुदृढ़ पकड़ अकादमिक परीक्षाओं में उत्कृष्ट प्रदर्शन के साथ-साथ भविष्य के शोध और व्यावहारिक जीवन के लिए भी अत्यंत फलदायी सिद्ध होती है।

उत्तर 5: Linear Algebra से संबंधित प्रमुख सिद्धांतों, व्यावहारिक अध्ययन एवं निष्कर्षों पर विस्तृत टिप्पणी लिखिए। (ignoucollage.in)

लगभग 250 शब्द

विषयगत अध्ययन के अंतर्गत **Linear Algebra से संबंधित प्रमुख सिद्धांतों, व्यावहारिक अध्ययन एवं निष्कर्षों पर विस्तृत** की समझ और विवेचना का अत्यंत महत्वपूर्ण स्थान है। किसी भी अकादमिक और सैद्धांतिक विश्लेषण में इस विषय की मूल अवधारणा, इसके ऐतिहासिक विकास तथा इसकी कार्यप्रणाली को स्पष्ट करना आवश्यक होता है। यह अवधारणा तथ्यों को केवल सतह पर समझने के बजाय उनके अंतर्निहित कारणों और परिणामों की गहरी व्याख्या करती है। सटीक परिभाषा और स्पष्ट दृष्टिकोण के माध्यम से इस विषय से संबंधित विभिन्न पहलुओं का वैज्ञानिक तथा तार्किक मूल्यांकन किया जा सकता है।

Linear Algebra से संबंधित प्रमुख सिद्धांतों, व्यावहारिक अध्ययन एवं निष्कर्षों पर विस्तृत के विस्तृत अध्ययन से इसकी कई प्रमुख विशेषताएँ एवं संरचनात्मक आयाम स्पष्ट होते हैं। प्रथम, यह निश्चित और सुव्यवस्थित नियमों पर आधारित होता है, जिससे अध्ययन में एकरूपता और विश्वसनीयता बनी रहती है। द्वितीय, यह सैद्धांतिक सिद्धांतों और वास्तविक परिस्थितियों के बीच एक मजबूत संबंध स्थापित करता है। तृतीय, इसके विभिन्न घटकों का क्रमबद्ध वर्गीकरण करने से जटिल तथ्यों को सरलता से समझा जा सकता है और सही निष्कर्ष तक पहुँचना संभव होता है।

व्यावहारिक जीवन के अनुप्रयोगों और विशेष रूप से भारतीय सामाजिक, आर्थिक, भौगोलिक व संस्थागत परिदृश्य में **Linear Algebra से संबंधित प्रमुख सिद्धांतों, व्यावहारिक अध्ययन एवं निष्कर्षों पर विस्तृत** की प्रासंगिकता अत्यधिक स्पष्ट है। भारत जैसे विशाल और विविधतापूर्ण देश में प्रशासन, शिक्षा, नीति निर्धारण, शोध संस्थानों और औद्योगिक विकास में इन सिद्धांतों का व्यापक उपयोग किया जाता है। व्यवस्थित और वैज्ञानिक दृष्टिकोण अपनाने से न केवल समस्याओं का समयबद्ध समाधान संभव होता है, बल्कि सतत विकास और संस्थागत दक्षता को भी नई दिशा मिलती है।

निष्कर्षतः, **Linear Algebra से संबंधित प्रमुख सिद्धांतों, व्यावहारिक अध्ययन एवं निष्कर्षों पर विस्तृत** का अध्ययन विषयगत ज्ञान की आधारशिला का निर्माण करता है। सैद्धांतिक समझ, व्यवस्थित वर्गीकरण और व्यावहारिक उपयोगिता का यह अद्भुत समन्वय विद्यार्थियों में विश्लेषणात्मक सोच और स्वतंत्र विचार क्षमता को विकसित करता है। इस विषय पर सुदृढ़ पकड़ अकादमिक परीक्षाओं में उत्कृष्ट प्रदर्शन के साथ-साथ भविष्य के शोध और व्यावहारिक जीवन के लिए भी अत्यंत फलदायी सिद्ध होती है।

Visit: ignoucollage.in

“Study smart. Submit confidently.”

This solved assignment is prepared for educational/reference purposes only. Students should read IGNOU study material and write answers in their own words before submission.